

Ryszard Zieliński, IMPAN Warszawa

O PEWNYM MODELU STATYSTYCZNYM W MATEMATYCE FINANSOWEJ

XXXIX Ogólnopolska Konferencja Zastosowań Matematyki
Zakopane-Kościelisko 7 - 14 września 2010 r.

Od czasu do czasu, w nieprzewidywalnych odstępach czasowych, pojawiają się obserwacje mocno odstające od obserwacji typowych

Od czasu do czasu, w nieprzewidywalnych odstępach czasowych, pojawiają się obserwacje mocno odstające od obserwacji typowych rynki finansowe,

Od czasu do czasu, w nieprzewidywalnych odstępach czasowych, pojawiają się obserwacje mocno odstające od obserwacji typowych
rynki finansowe, ubezpieczenia,

Od czasu do czasu, w nieprzewidywalnych odstępach czasowych, pojawiają się obserwacje mocno odstające od obserwacji typowych
rynki finansowe, ubezpieczenia, ekologia, ...

Od czasu do czasu, w nieprzewidywalnych odstępach czasowych, pojawiają się obserwacje mocno odstające od obserwacji typowych
rynki finansowe, ubezpieczenia, ekologia, ...

Model outlierów ?

Od czasu do czasu, w nieprzewidywalnych odstępach czasowych, pojawiają się obserwacje mocno odstające od obserwacji typowych

rynki finansowe, ubezpieczenia, ekologia, ...

Model outlierów ? autlajerów?

Od czasu do czasu, w nieprzewidywalnych odstępach czasowych, pojawiają się obserwacje mocno odstające od obserwacji typowych

rynki finansowe, ubezpieczenia, ekologia, ...

Model outlierów ? autlajerów?

Model wyskoków?

Od czasu do czasu, w nieprzewidywalnych odstępach czasowych, pojawiają się obserwacje mocno odstające od obserwacji typowych

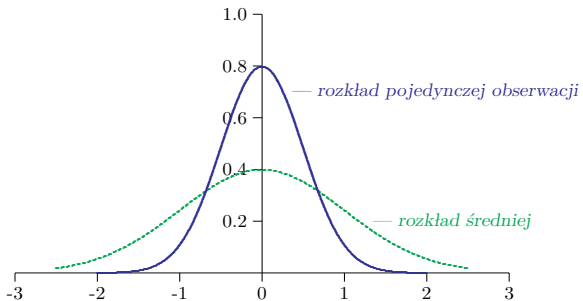
rynki finansowe, ubezpieczenia, ekologia, ...

Model outlierów ? autlajerów?

Model wyskoków?

Rozkłady eksplodujące (explosive distributions) ?

Formalizacja 1.



$$\frac{1}{n} (X_1 + X_2 + \dots + X_n) \stackrel{D}{=} n^{1/\alpha-1} X$$

$$\frac{1}{n} (X_1 + X_2 + \dots + X_n) \stackrel{D}{=} n^{1/\alpha-1} X$$

Rozkłady α -stabilne ,

$$\frac{1}{n} (X_1 + X_2 + \dots + X_n) \stackrel{D}{=} n^{1/\alpha-1} X$$

Rozkłady α -stabilne , ale też na przykład

$$f(x) = \frac{1}{(e^2 + |x|) [\ln(e^2 + |x|)]^2}$$

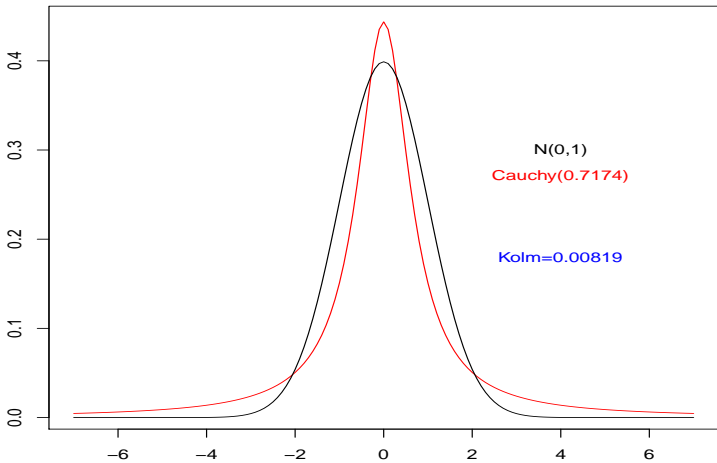
$$f(x) = \frac{1}{(e^2 + |x|) [\ln(e^2 + |x|)]^2}$$

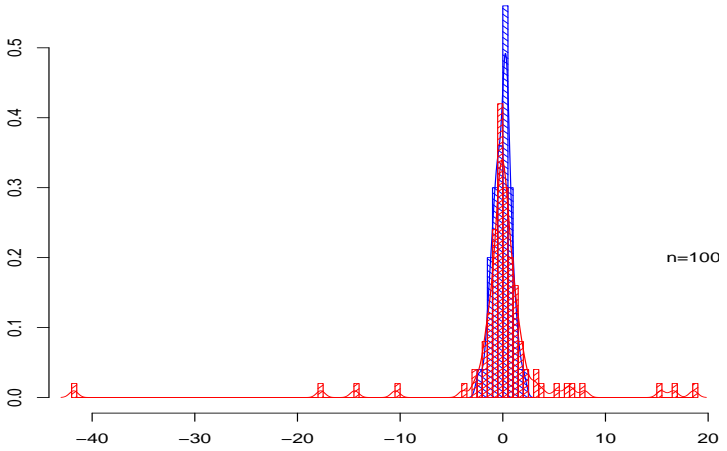
„the sum of a sample of n values of X spreads out faster than any power of n ”

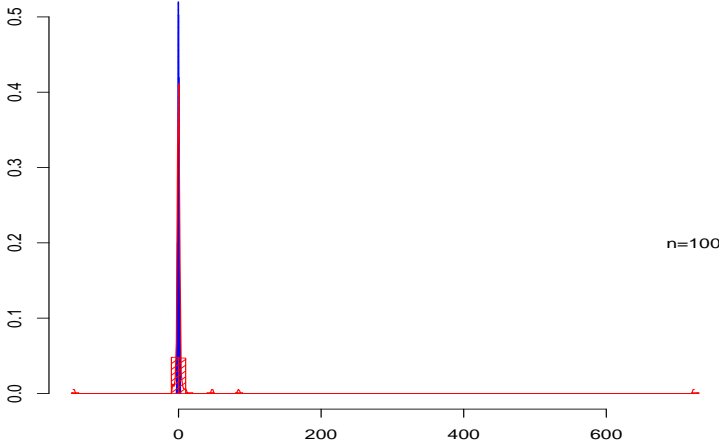
$$f(x) = \frac{1}{(e^2 + |x|) [\ln(e^2 + |x|)]^2}$$

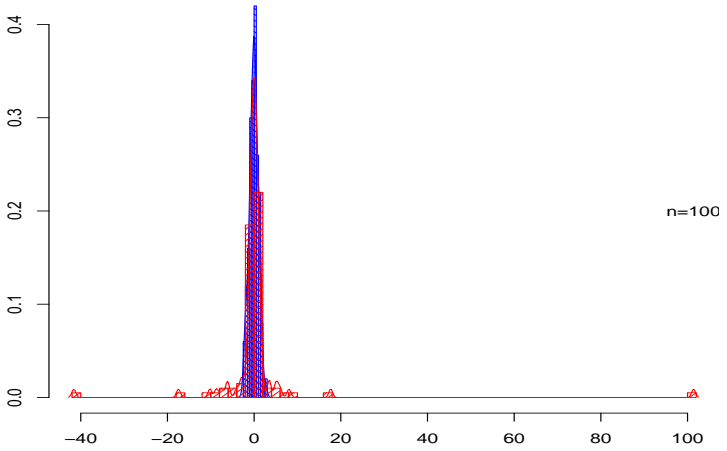
„the sum of a sample of n values of X spreads out faster than any power of n ”

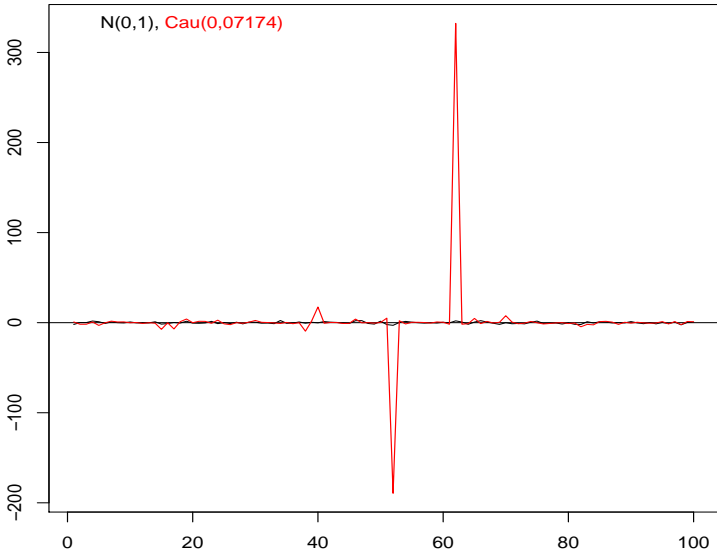
G.W.Brown, J.W.Tukey (**1946**): Some distributions of sample means. *Annals of Mathematical Statistics* 17, 1-12

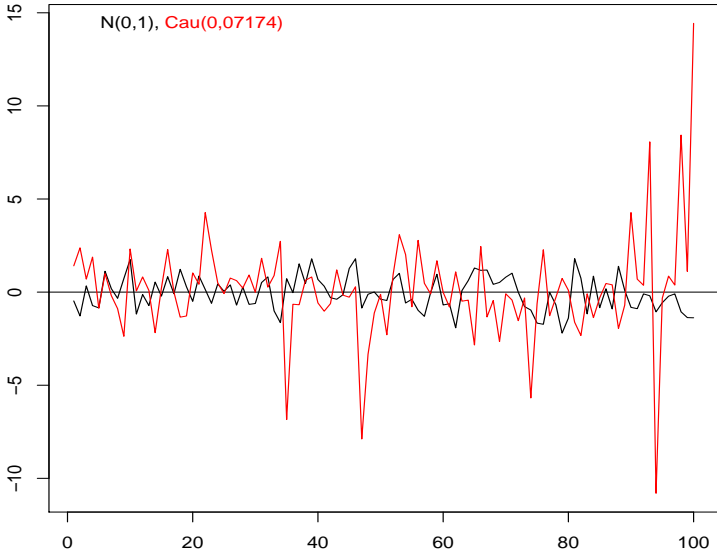


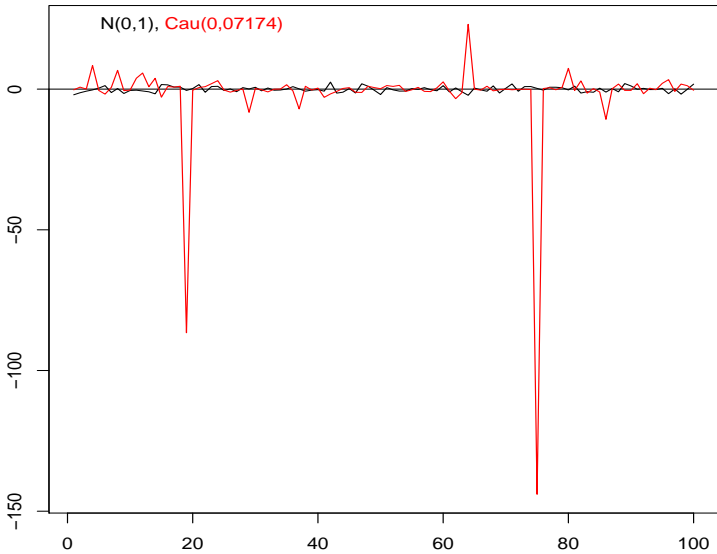






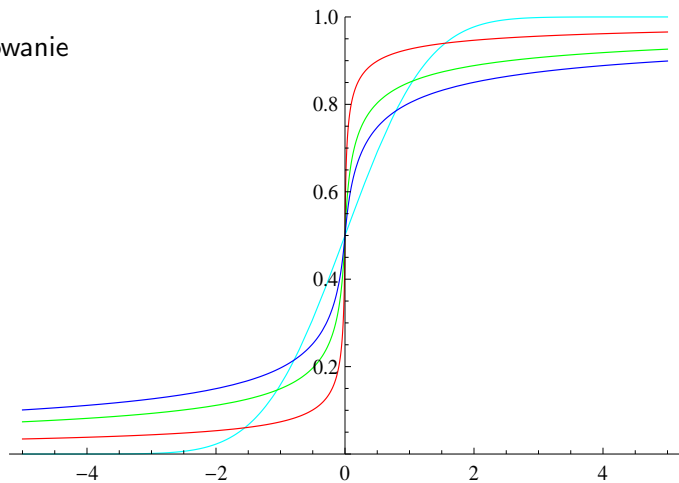




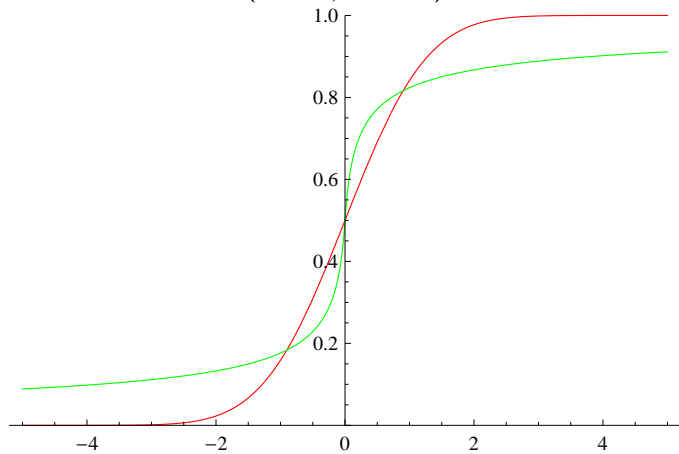


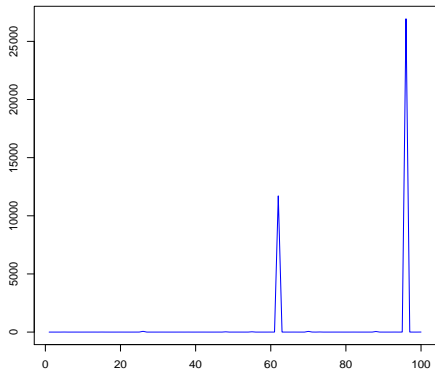
Lèvy Distribution

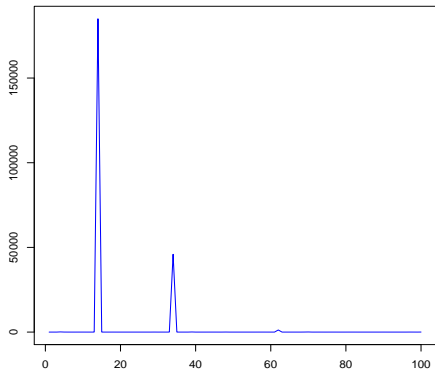
Skalowanie

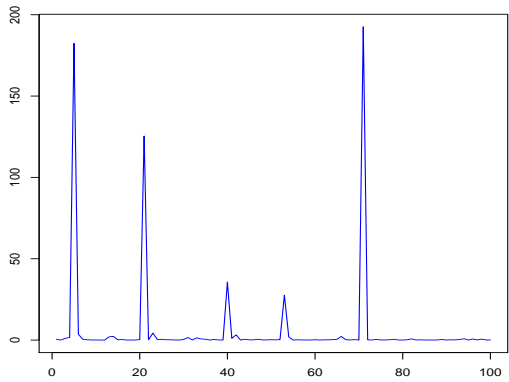


$\{0.0752, 0.11455\}$



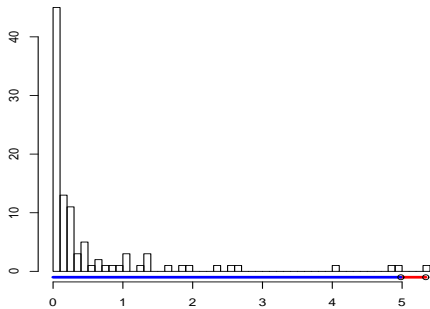




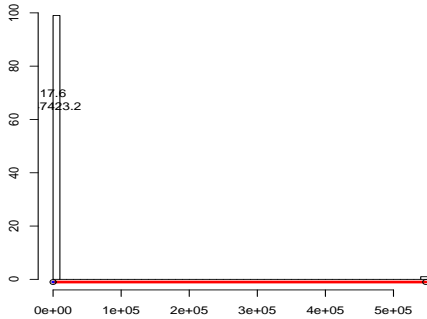


Ale...

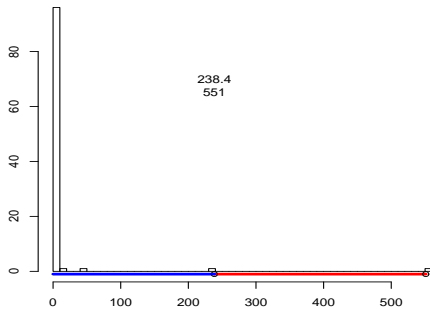
Levy(0,0.0752)



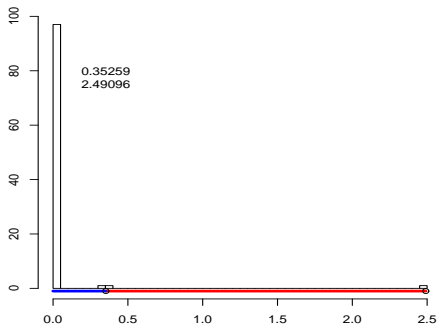
Levy(0,0.0752)



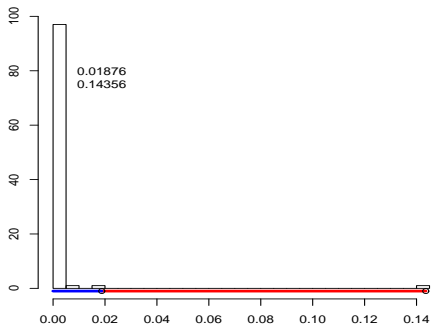
Levy(0,0.0752)



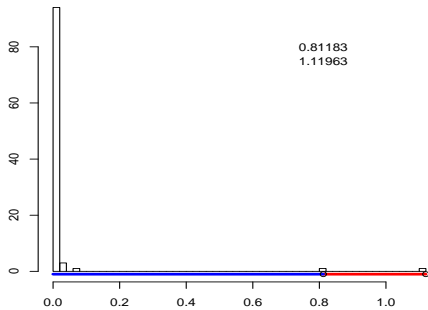
Gamma(0.01,1)



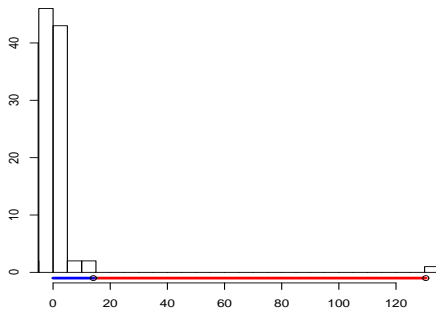
Gamma(0.01,1)



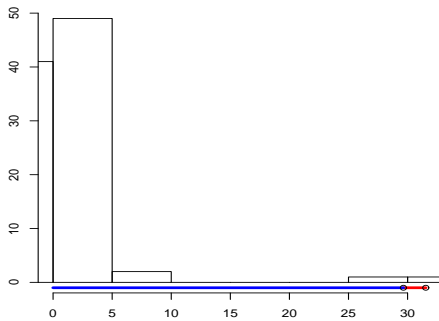
Gamma(0.01,1)



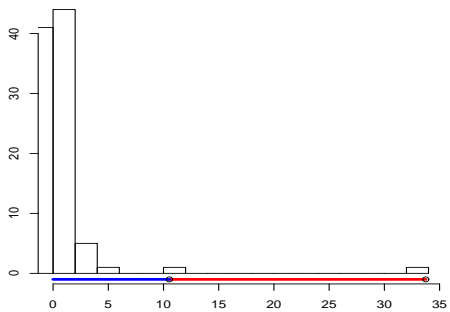
Cauchy(0,0.7174)



Cauchy(0,0.7174)



Cauchy(0,0.7174)



Wskaźnik Neymana

$$\{X_{n:n} - X_{n-1:n} > k(X_{n-1:n} - X_{1:n})\}$$

\mathcal{P} - a family of OPD's:

$$\forall(n \geq 3)\forall(k > 1)\forall(\varepsilon > 0)\exists(P \in \mathcal{P})$$
$$P\{X_{n:n} - X_{n-1:n} > k(X_{n-1:n} - X_{1:n})\} > 1 - \varepsilon$$

Jerzy Neyman and Elizabeth L. Scott (**1971**): Outlier proneness of phenomena and of related distributions. In *Optimizing Methods in Statistics*, ed. J.S.Rustagi, Proceedings of a Symposium Held at the Center for Tomorrow. The Ohio State University, June 14-16, 1971

Rodziny OPD's:

Rodziny OPD's:

$$\{Cau(\mu, \lambda), -\infty < \mu < \infty, \lambda > 0\}, \quad \text{NIE}$$

Rodziny OPD's:

$$\{Cau(\mu, \lambda), -\infty < \mu < \infty, \lambda > 0\}, \quad \text{NIE}$$

$$\{Levy(\mu, \lambda), -\infty < \mu < \infty, \lambda > 0\}, \quad \text{NIE}$$

Rodziny OPD's:

$$\{Cau(\mu, \lambda), -\infty < \mu < \infty, \lambda > 0\}, \quad \text{NIE}$$

$$\{Levy(\mu, \lambda), -\infty < \mu < \infty, \lambda > 0\}, \quad \text{NIE}$$

$$\{Gamma(\alpha, \lambda) = \frac{1}{\lambda^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\lambda}, \alpha > 0, \lambda > 0\}, \quad \text{TAK}$$

Rodziny OPD's:

$$\{Cau(\mu, \lambda), -\infty < \mu < \infty, \lambda > 0\}, \quad \text{NIE}$$

$$\{Levy(\mu, \lambda), -\infty < \mu < \infty, \lambda > 0\}, \quad \text{NIE}$$

$$\{Gamma(\alpha, \lambda) = \frac{1}{\lambda^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\lambda}, \alpha > 0, \lambda > 0\}, \quad \text{TAK}$$

Rodzina rozkładów α -stabilnych, $0 < \alpha \leq 2$, ???

STATYSTYKA ???