

Rozkłady dwuwymiarowe

13.1. Dwuwymiarowy rozkład pary zmiennych losowych X i Y przyjmujących wartości całkowite dany jest za pomocą tablicy

	$X = 0$	$X = 1$	$X = 2$	$X = 3$	$X = 4$	$X = 5$
$Y = -2$	0.012	0.057	0.054	0.013	0.050	0.045
$Y = -1$	0.046	0.047	0.058	0.054	0.031	0.013
$Y = 0$	0.039	0.035	0.011	0.009	0.026	0.021
$Y = 1$	0.058	0.012	0.026	0.044	0.018	0.020
$Y = 2$	0.057	0.043	0.038	0.019	0.015	0.029

Znaleźć rozkład brzegowy zmiennej losowej X oraz rozkłady warunkowe X pod warunkiem $Y = i, i = -2, \dots, 2$.

Znaleźć rozkład brzegowy zmiennej losowej Y oraz rozkłady warunkowe Y pod warunkiem $X = i, i = 0, \dots, 5$.
Sprawdzić, czy zmienne losowe X i Y są niezależne.

Wyznaczyć $EX, EY, D^2X, D^2Y, Cov(X, Y)$ oraz współczynnik korelacji.

Wyznaczyć rozkłady zmiennych losowych $X + Y, X - Y, XY, (X + 1)/(Y + 5)$

Wyznaczyć $E(X + Y), E(X - Y), E(XY), E((X + 1)/(Y + 5)), D^2(X + Y), D^2(X - Y), D^2(XY), D^2((X + 1)/(Y + 5))$

Wyznaczyć $E(X^2|Y \leq 1), E(Y^3|X \geq 2), E(X|Y), E(Y|X), D^2(X|Y), D^2(Y|X)$

13.2. Dwuwymiarowy rozkład pary zmiennych losowych X i Y przyjmujących wartości całkowite dany jest za pomocą tablicy

	$X = 0$	$X = 1$	$X = 2$	$X = 3$	$X = 4$
$Y = 1$	0.020	0.030	0.010	0.015	0.025
$Y = 2$	0.040	0.060	0.020	0.030	0.050
$Y = 3$	0.060	0.090	0.030	0.045	0.075
$Y = 4$	0.080	0.120	0.040	0.060	0.100

Znaleźć rozkład brzegowy zmiennej losowej X oraz rozkłady warunkowe X pod warunkiem $Y = i, i = 1, \dots, 4$.

Znaleźć rozkład brzegowy zmiennej losowej Y oraz rozkłady warunkowe Y pod warunkiem $X = i, i = 0, \dots, 4$.
Sprawdzić, czy zmienne losowe X i Y są niezależne.

Wyznaczyć $EX, EY, D^2X, D^2Y, Cov(X, Y)$ oraz współczynnik korelacji.

Wyznaczyć rozkłady zmiennych losowych $X + Y, X - Y, XY, (Y + 1)/(X + 2)$

Wyznaczyć $E(X + Y), E(X - Y), E(XY), E((Y + 1)/(X + 2)), D^2(X + Y), D^2(X - Y), D^2(XY), D^2((Y + 1)/(X + 2))$

Wyznaczyć $E(X^2|Y \geq 1), E(Y^3|X \leq 2), E(X|Y), E(Y|X), D^2(X|Y), D^2(Y|X)$

13.3. Dwuwymiarowy rozkład zmiennych losowych X i Y opisany jest funkcją gęstości (tzw. **dwuwymiarowy rozkład normalny**)

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left(\frac{(x-\mu_1)^2}{\sigma_1^2} - 2\rho \frac{(x-\mu_1)(y-\mu_2)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(y-\mu_2)^2}{\sigma_2^2} \right) \right]$$

dla wszystkich $(x, y) \in R^2, \mu_1, \mu_2 \in R, \sigma_1, \sigma_2 > 0, \rho \in [-1, 1]$.

Znaleźć rozkład brzegowy zmiennej losowej X oraz rozkład warunkowy X pod warunkiem $Y = y$.

Znaleźć rozkład brzegowy zmiennej losowej Y oraz rozkład warunkowy Y pod warunkiem $X = x$.

Sprawdzić, czy zmienne losowe X i Y są niezależne.

Wyznaczyć $EX, EY, D^2X, D^2Y, Cov(X, Y)$ oraz współczynnik korelacji.

Wyznaczyć rozkłady zmiennych losowych $X + Y, X - Y, X^2, X^2 + Y^2$

Wyznaczyć $E(X + Y), E(X - Y), E(X^2), E(X^2 + Y^2), D^2(X + Y), D^2(X - Y), D^2(X^2), D^2(X^2 + Y^2)$

Wyznaczyć $E(X|Y), E(Y|X), D^2(X|Y), D^2(Y|X)$

13.4. Dwuwymiarowy rozkład zmiennych losowych X i Y opisany jest funkcją gęstości

$$f(x, y) = \begin{cases} a(|x| + |y|), & \text{dla } |x| + |y| \leq 1 \\ 0, & \text{dla pozostałych } x, y \end{cases}$$

Dobrać stałą a .

Znaleźć rozkład brzegowy zmiennej losowej X oraz rozkład warunkowy X pod warunkiem $Y = y$.

Znaleźć rozkład brzegowy zmiennej losowej Y oraz rozkład warunkowy Y pod warunkiem $X = x$.

Sprawdzić, czy zmienne losowe X i Y są niezależne.

Wyznaczyć EX , EY , D^2X , D^2Y , $Cov(X, Y)$ oraz współczynnik korelacji.

Wyznaczyć rozkłady zmiennych losowych $X + Y$, $X - Y$, X^2 , $X^2 + Y^2$

Wyznaczyć $E(X + Y)$, $E(X - Y)$, $E(X^2)$, $E(X^2 + Y^2)$, $D^2(X + Y)$, $D^2(X - Y)$, $D^2(X^2)$, $D^2(X^2 + Y^2)$

Wyznaczyć $E(X|Y)$, $E(Y|X)$, $D^2(X|Y)$, $D^2(Y|X)$

13.5. Dwuwymiarowy rozkład zmiennych losowych X i Y opisany jest funkcją gęstości

$$f(x, y) = \begin{cases} a \cos(x + y), & \text{dla } x \in (0, \pi), y \in (0, \pi) \\ 0, & \text{dla pozostałych } x, y \end{cases}$$

Dobrać stałą a .

Znaleźć rozkład brzegowy zmiennej losowej X oraz rozkład warunkowy X pod warunkiem $Y = y$.

Znaleźć rozkład brzegowy zmiennej losowej Y oraz rozkład warunkowy Y pod warunkiem $X = x$.

Sprawdzić, czy zmienne losowe X i Y są niezależne.

Wyznaczyć EX , EY , D^2X , D^2Y , $Cov(X, Y)$ oraz współczynnik korelacji.

Wyznaczyć rozkłady zmiennych losowych $X + Y$, $X - Y$, X^2 , $X^2 + Y^2$

Wyznaczyć $E(X + Y)$, $E(X - Y)$, $E(X^2)$, $E(X^2 + Y^2)$, $D^2(X + Y)$, $D^2(X - Y)$, $D^2(X^2)$, $D^2(X^2 + Y^2)$

Wyznaczyć $E(X|Y)$, $E(Y|X)$, $D^2(X|Y)$, $D^2(Y|X)$